GOUVERNEMENT DU QUÉBEC
MINISTÈRE DES TERRES ET FORÊTS
SERVICE DE LA RECHERCHE

NOTE N^{O} 5, 1975

ANALYSE D'INVESTISSEMENT A PRIX REELS ET A PRIX COURANTS

Alain Musnier[1]

O.D.C. 611 L.C. SD 393

RESUME

La possibilité d'effectuer l'analyse d'investissement à prix réels ou à prix courants semble partager les évaluateurs de projets qui emploient une méthode ou l'autre, généralement sans expliciter pleinement leur choix, ce qui peut mener à des erreurs d'interprétation. Il est démontré ici que si un taux externe (taux guide) net d'inflation est utilisé dans le premier cas, l'analyse conduit à la même décision d'investir ou non, ou au même classement de divers projets que celle effectuée à prix courants avec un taux externe comportant une part d'inflation, les deux taux étant liés par une relation simple. Cette démonstration permet principalement d'éliminer l'erreur assez fréquente qui consiste à comparer un taux de rentabilité calculé à prix réels avec un taux du marché financier qui comporte une part d'inflation. Elle permet en outre la simplification de certains calculs.

SUMMARY

The possibility of working out investments analysis either in real prices or in current prices seems to have divided so far the practitioners who use either method but generally without making explicit their choice, that could lead to errors of interpretation. It is shown hereafter

---

[1] Alain Musnier, agronome-économiste, Service de la recherche

that if a guiding rate of interest without premium for inflation is used in the first case, the analysis will lead to the same decision to invest or not or to the same ranking of several projects, that one worked out in current prices with a guiding rate of interest embodying allowance for inflation, both rates being linked by a simple relationship. This proof makes it possible to avoid the rather common mistake of comparing an internal rate of return computed in real prices with a financial market rate of interest embodying an allowance for inflation. Furthermore, some calculations are thus simplified.

INTRODUCTION

L'analyse d'investissements en vue de la prise de décision ou de la comparaison de divers projets est basée sur la prévision des coûts et des revenus encourus et de leur répartition dans le temps. Elle est fondée sur certains critères économiques calculés avec les valeurs des flux monétaires (*cash flows*), ramenées à une même période à l'aide d'un taux d'intérêt extérieur au projet, aussi appelé "taux guide".

Les prévisions de coûts et de revenus sont faites tantôt dans l'hypothèse de prix réels, tantôt dans celle de prix courants, généralement sans que ce choix soit pleinement explicité. Ainsi, en foresterie, l'analyse est conduite le plus souvent à prix réels constants. L'objet de cette démonstration est la comparaison des résultats de l'analyse dans ces deux hypothèses, suivant les principaux critères économiques appropriés et, éventuellement, le choix de la meilleure méthode.

1. RELATION ENTRE TAUX DE RENTABILITE CALCULES A PRIX CONSTANTS ET AUX PRIX COURANTS CORRESPONDANTS

1.1 Définitions

L'expression "prix courant" se refère à la notion ordinaire du prix qui varie dans le temps en fonction de facteurs économiques, dont l'un est l'inflation. Si le prix est "dégonflé" de la part due à l'inflation depuis une année de base choisie, à l'aide d'un indice des prix, il devient un "prix réel" et représente la valeur relative du bien ou du service considéré par rapport à celle des biens qui entrent dans l'indice. Si cette valeur relative est constante, le prix est alors dit "prix constant".

Afin de simplifier la formulation, la démonstration est conduite dans le cas particulier de prix constants et des prix courants correspondants. Les résultats sont généralisés à la fin.

1.2 Calculs

Soient, dans l'hypothèse de prix constants, R_{ct} et C_{ct} les revenus et les coûts annuels attachés à un projet d'investissement et F_{ct} le flux monétaire correspondant (*cash flow*). Dans l'hypothèse de prix courants, correspondent, pour le même projet, les valeurs R_{vt}, C_{vt}, et F_{vt}. Si le même pourcentage annuel d'inflation, x, est appliqué à tous les revenus et à toutes les dépenses, les valeurs R_{ct}, C_{ct} et F_{ct} représentent, pour la seconde hypothèse, les valeurs R_{vo}, C_{vo} et F_{vo} d'où les relations:

$$R_{vt} = R_{vo}(1+x)^t = R_{ct}(1+x)^t$$
$$C_{ct} = C_{vo}(1+x)^t = C_{ct}(1+x)^t$$
$$F_{vt} = F_{vo}(1+x)^t = F_{ct}(1+x)^t$$

Si I_O est l'investissement initial (année 0), le taux de rentabilité du projet est, par définition, un taux d'intérêt, TR, tel que l'égalité suivante soit réalisée:

$$\sum_{1}^{t=n} \frac{R_t - C_t}{(1+TR)^t} - I_o = 0$$

n = durée du projet en années

Ce qui peut s'écrire plus simplement:

$$\sum_{0}^{t=n} \frac{F_t}{(1+TR)^t} = 0$$

où, pout $t = 0$, $F_O = I_O$. De même que dans le cas d'un investissement I_t réparti sur plusieurs années, I_t se trouve inclus dans F_t.

Ceci entraîne par définition:

$$\sum_{o}^{n} \frac{F_{ct}}{(1+TR_c)^t} = \sum_{o}^{n} \frac{F_{vt}}{(1+TR_v)^t} = 0$$

TR_c et TR_v étant respectivement, les taux de rentabilité calculés à prix constants et à prix courants.
Ou encore:

$$\sum_{o}^{n} \frac{F_{ct}}{(1+TR_c)^t} = \sum_{o}^{n} \frac{F_{ct}\ (1+x)^t}{(1+TR_v)^t} = 0$$

Si l'inégalité suivante était possible pour une valeur de t:

$$\frac{1}{(1 + TR_c)^t} \neq \frac{(1 + x)^t}{(1 + TR_v)^t}$$

elle serait aussi réalisée pour toutes les valeurs de t et, par conséquent, les deux sommations précédentes ne pourraient être égales. Ces deux expressions ne pouvant être inégales, sont donc égales, d'où la relation:

$$(1 + TR_c)^t \quad (1 + x)^t \quad = \quad (1 + TR_v)^t$$

il en résulte, les quantités entre parenthèses étant toujours positives:

$$TR_v \quad = \quad TR_c + x + xTR_c \qquad (1)$$

1.3 Application numérique

L'application numérique porte sur les coûts et les recettes de deux options d'aménagement de plantations de peupliers caractérisant les modèles 2 et 3*, dans les hypothèses d'un accroissement annuel moyen de 121,9 cm *(4 pi)* en hauteur et de 1,9 cm *(0.75 po)* en diamètre à hauteur de poitrine, de l'installation sur d'anciennes prairies et d'une utilisation complète de la tige avec les prix de vente suivants, au bord d'un chemin carrossable: $5.74/m^3 *($14/cd)* pour les rondins à pâte, $32.25/m^3 *($75/Mpmp)* pour le bois de sciage et $14.30/t *($13/tn)* pour les copeaux avec écorce.

L'option du modèle 2 est un taillis sous futaie. Le taillis est coupé à blanc à 4, 8 et 12 ans pour la production de copeaux et la futaie à 25 ans pour la production de bois de sciage et de rondins.

L'option du modèle 3 est une futaie avec coupes d'éclaircie à 9 et 15 ans pour la production de rondins et coupe à blanc à 20 ans pour la production de bois de sciage et de rondins.

L'estimation des coûts et des recettes figure au tableau suivant, pour des prix constants et pour des prix courants calculés dans l'hypothèse d'un taux moyen d'inflation de 5% par an.

---

* MUSNIER A., 1974. *"Etude financière et de gestion prévisionnelle des plantations et des fermes populicoles"* - Serv. de la recherche - Dir. géné. des forêts - Min. des terres et forêts-SICORES - Qué. (à paraître).

TABLEAU 1 - DEPENSES ET REVENUS D'UNE PLANTATION, DURANT UNE REVOLUTION

dollars par hectare

Années	Prix constants		Prix courants*	
	Dépenses	Revenus	Dépenses	Revenus
		Modèle 1		
0	30.64		30.64	
1	751.13		788.69	
2	79.69		87.87	
3	1.93		2.22	
4	367.63	707.03	446.86	859.39
5	85.82		109.54	
6	1.93		2.59	
7	1.93		2.72	
8	325.01	646.29	480.19	954.87
9	79.69		123.62	
10	1.93		3.14	
11	1.93		3.29	
12	357.13	532.25	641.37	955.86
13	1.93		3.63	
14	1.93		3.80	
15	199.16		414.04	
16	1.93		420.07	
17			4.42	
18			4.64	
19			4.87	
20			5.11	
21			5.36	
22			5.63	
23			5.93	
24			6.23	
25	379.50	4 691.73	1 286.95	15 898.02
		Modèle 2		
0	31.41		31.41	
1	143.07		150.24	
2	25.28		27.87	
3	33.31		38.55	
4	9.24		11.24	
5	10.45		13.34	
6	2.72		3.63	
7	2.72		3.83	
8	17.86		26.39	
9	530.62	500.18	823.16	775.94
10	2.72		4.42	
11	133.29		227.97	
12	2.72		4.89	
13	2.72		5.11	
14	2.72		5.39	
15	496.35	635.37	1 031.86	1 320.87
16	2.72		5.93	
17	2.72		6.23	
18	2.72		6.55	
19	2.72		6.87	
20	357.33	2 545.85	948.10	6 754.90

* Les prix courants sont calculés pour un taux d'inflation annuel moyen de 5%.

Les taux internes de rentabilité sont calculés par ordinateur à l'aide d'un programme, en *APL*/360, qui donne également les valeurs présentes nettes en fonction du taux d'actualisation.

%	Modèle 2	Modèle 3
TR_c	9.18	11.32
TR_v	14.64	16.89

Ces valeurs vérifient bien l'égalité (1):

$0.1464 = 0.0918 + 0.05 + 0.05 \times 0.0918$

$0.1689 = 0.1132 + 0.05 + 0.05 \times 0.1132$

1.4 Conséquences

Lorsqu'un taux de rentabilité est calculé à prix courants, il comporte en fait une part de profit réel, une part due à l'inflation et une part de risques (s'ils n'ont pas été inclus au niveau des coûts et des revenus). Ce taux peut donc être comparé directement aux taux du marché financier qui peuvent se décomposer de la même manière. Par contre, un taux de rentabilité calculé à prix constants ne comporte pas de part due à l'inflation et ne peut être comparé qu'avec la part pour profit et risques des taux du marché financier. Le plus simple est alors de calculer le TR_v correspondant par la relation 1 qui permet la comparaison directe et qui donne une estimation plus réaliste, dans l'hypothèse où les prix des facteurs augmentent avec l'inflation.

L'utilisation du critère du taux de rentabilité dans l'analyse comparative de projets d'investissement entraîne souvent un grand nombre de calculs, surtout lorsqu'il est nécessaire d'établir la dominance relative des projets en fonction de variables explicatives. Il est alors plus simple d'effectuer l'analyse à prix constants, puisqu'elle donne le même classement que celle à prix courants (ce que la relation 1 rend évident). C'est la pratique la plus courante en foresterie mais il semble que l'erreur soit fréquente d'utiliser les taux ainsi calculés pour les comparer au rendement du capital dans d'autres secteurs qui comprend généralement une part pour l'inflation, d'où, souvent, la réputation de faible rentabilité des investissements forestiers.

Un autre avantage du calcul du taux de rentabilité à prix constants est qu'il rend facile l'estimation des taux à prix courants pour différentes hypothèses du taux moyen d'inflation durant la période considérée, par simple application de la relation 1.

1.5 Remarque

Il est à noter que la relation 1 ne peut être établie que pour un taux annuel d'inflation constant, hypothèse courante dans l'analyse d'investissement.

2. APPLICATION AUX CRITERES DE RENTABILITE FAISANT INTERVENIR UN TAUX D'INTERET EXTERNE (OU TAUX GUIDE)

2.1 Taux d'intérêt externe

Le taux d'intérêt externe est utilisé dans les calculs d'actualisation et de composition. Dans le domaine de l'entreprise privée, il est généralement défini comme le coût d'opportunité du capital, c'est-à-dire le taux de rentabilité le plus élevé parmi ceux que permettent les autres possibilités d'investissement accessibles à risque égal. Cependant, d'autres définitions peuvent être plus appropriées; ainsi, pour l'épargne individuelle, il peut être défini comme un taux de préférence intertemporelle des individus qui peut être rapproché d'un taux de rentabilité puisque l'épargne est le plus souvent placée sur le marché financier qui reflète en partie la rentabilité marginale du capital dans l'économie. Dans le domaine public, la notion de coût d'opportunité peut être adéquate, mais pour certains types d'investissements dont l'objectif principal n'est pas le profit, le taux d'intérêt à appliquer peut se définir comme le taux social de préférence intertemporelle qui ne se rattache pas à la notion de rentabilité. Il découle d'une appréciation politique qui, comme le dit Feldstein (*Economic Journal*, 1964), est sanctionné par les urnes.

Dans la mesure où le taux d'intérêt externe peut être considéré comme un taux de rentabilité, il est évident que les calculs d'un critère à prix courants ou à prix constants doivent être effectués avec des taux d'intérêt incluant respectivement, une part pour l'inflation ou non, les deux taux étant liés par la relation 1. Il en résulte que les critères faisant intervenir la valeur présente des revenus et des coûts ont la même valeur, que le calcul soit effectué d'une manière ou de l'autre.

2.2 Valeur présente nette

En effet, en reprenant la notation précédente, la valeur présente nette, *VPN*, s'exprime dans la forme:

$$VPN = \sum_{o}^{n} \frac{F_t}{(1+p)^t}$$

où p est le taux d'actualisation.

Ainsi:

$$VPN_c = \sum_{o}^{n} \frac{F_{ct}}{(1+p_c)^t}$$

$$VPN_v = \sum_{o}^{n} \frac{F_{ct}}{(1+p_v)^t}$$

$$= \sum_{o}^{n} \frac{F_{ct} \quad (1 + x)^t}{(1 + p_c + x + xp_c)^t}$$

$$= \sum_{o}^{n} \frac{F_{ct} \quad (1 + x)^t}{(1 + p_c)^t \quad (1 + x)^t}$$

$$= \quad VPN_c$$

Des analyses comparatives de projets d'investissements effectuées à prix courants et à prix constants donnent par conséquent le même classement des projets suivant ce critère. Dans l'analyse de la dominance relative de projets en fonction du taux d'actualisation, les courbes des *VPN* calculées à prix courant se déduisent de celles calculées à prix constants, par une translation horizontale de vecteur $x + xp_c$. Ceci est illustré à la figure 1, à l'aide des *VPN* précédemment calculées.

2.3 Valeur capitalisée de revenus périodiques

Il en va de même pour la somme actualisée d'une succession finie ou infinie de revenus périodiques fixes à dollars constants. Dans le cas d'une succession infinie de révolutions forestières identiques, par exemple, cette somme, donnée par la formule de Faustmann, représente la valeur économique du site forestier (comprenant le sol et l'option d'aménagement), encore appelée "valeur attendue du site". Elle s'écrit, dans le cas des prix constants:

$$S_c = VPN_c \left[1 + \frac{1}{(1 + p_c)^n} + \frac{1}{(1 + p_c)^{2n}} \dots + \frac{1}{(1 + p_c)^{jn}} \right]$$

n = durée de la révolution en années

j = nombre de révolutions avec $j \rightarrow \infty$

Le terme entre crochets est une progression géométrique de raison $\dfrac{1}{(1 + p_c)^n} < 1$, dont la somme est:

$$\frac{1}{1 - \dfrac{1}{(1 + p_c)^n}}$$

Figure 1 — Dominance relative des modèles 2 et 3 suivant le critère de la valeur présente nette, en fonction du taux d'actualisation

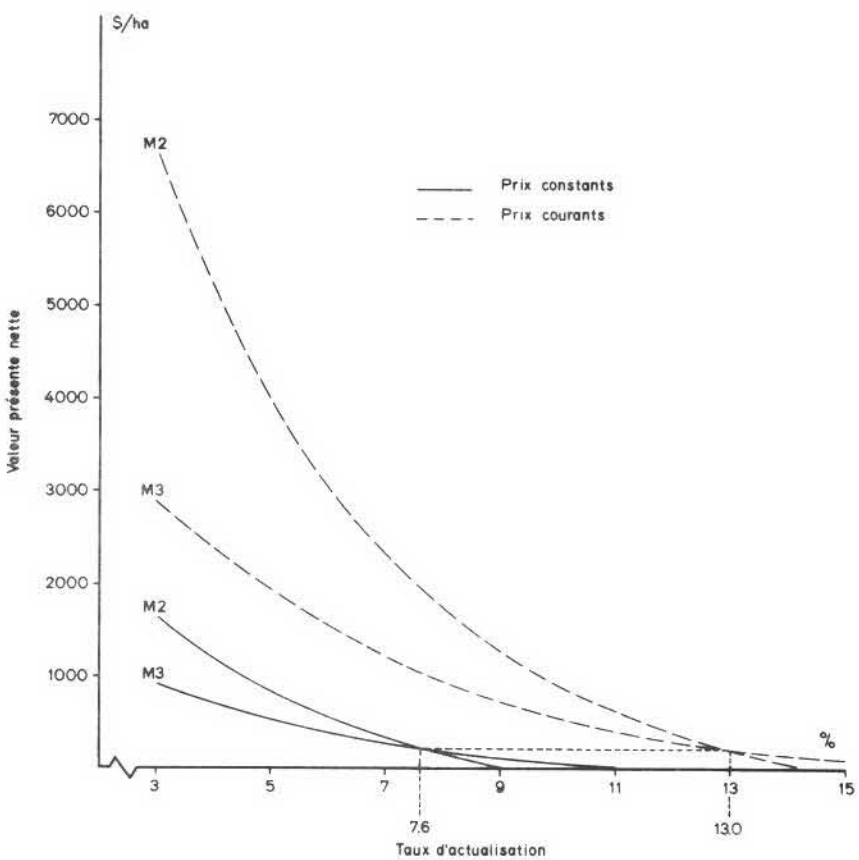
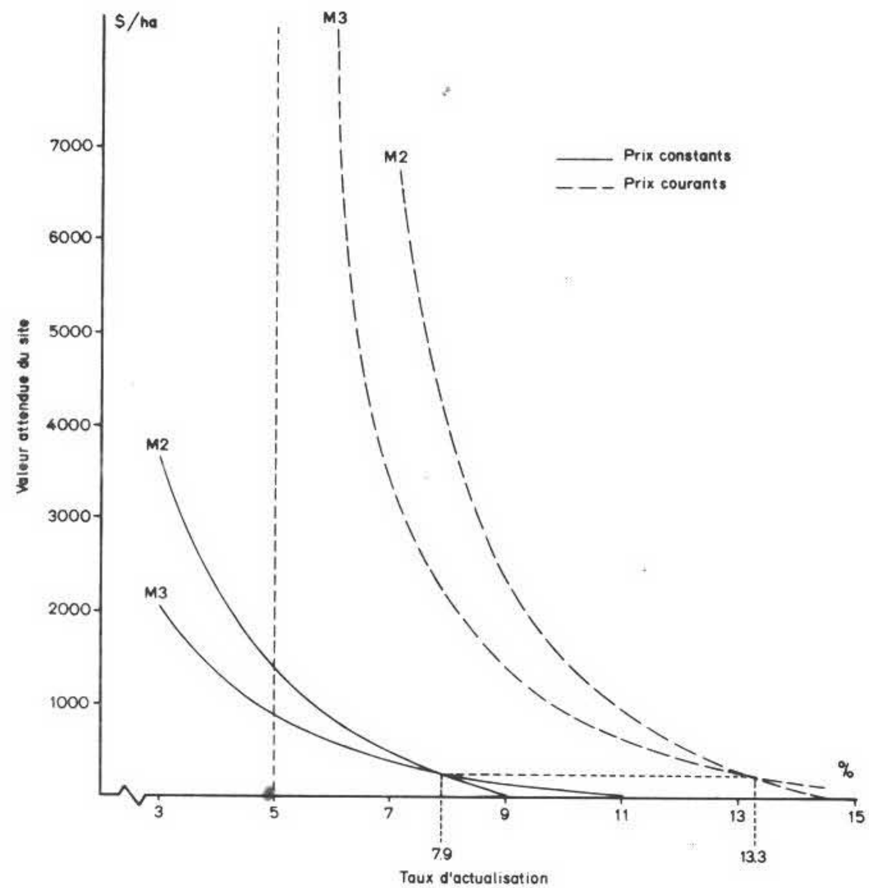


Figure 2 — Dominance relative des modèles 2 et 3 suivant le critère de la valeur attendue du site, en fonction du taux d'actualisation



d'où

$$S_c = VPN_c \frac{(1 + p_c)^n}{(1 + p_c)^n - 1} \qquad (2)$$

Dans le cas de prix courants, pour la $(j + 1)^e$ révolution, la VPN_v calculée au début de cette révolution, est:

$$VPN_v\ (j + 1) = VPN_c\ (1 + x)^{jn}$$

et:

$$S_v = VPN_v + \frac{VPN_{v2}}{(1 + p_v)} + \cdots + \frac{VPN_v\ (j + 1)}{(1 + p_v)^{jn}}$$

où:

$$S_v = VPN_c \left[1 + \frac{(1 + x)^n}{(1 + p_v)^n} + \cdots + \frac{(1 + x)^{jn}}{(1 + p_v)^{jn}} \right]$$

avec: $j \to \infty$

Le terme entre crochets est une progression géométrique de raison $\frac{(1 + x)^n}{(1 + p_v)^n} < 1$ lorsque $p_v > x$, ce qui est toujours vérifié ici, dont la somme est:

$$\frac{1}{1 - \frac{(1 + x)^n}{(1 + p_v)^n}}$$

d'où:

$$S_v = VPN_c \frac{(1 + p_v)^n}{(1 + p_v)^n - (1 + x)^n} \qquad (3)$$

Soit:

$$S_v = VPN_c \frac{(1 + p_c)^n\ (1 + x)^n}{(1 + p_c)^n\ (1 + x)^n - (1 + x)^n} = S_c$$

et:

$$S_v = S_c = S \qquad (4)$$

Dans l'application numérique, les valeurs de S_c et S_v sont établies directement par les relations 2 et 3, à partir des valeurs de VPN_c calculées précédemment. Elles sont présentées graphiquement à la figure 2, qui montre bien, comme pour la *VPN*, que l'analyse des projets n'est pas affectée par l'utilisation de prix constants ou de prix courants, de même que la prise de décision si des taux d'intérêt guides appropriés sont utilisés comme taux d'actualisation (p_c ou p_v).

Il en est évidemment ainsi pour tous les autres critères qui font intervenir des valeurs actualisées, comme les rapports coûts-bénéfices (ou indices de rentabilité) brut et net, par exemple, le premier étant le rapport de la somme actualisée des recettes divisée par celle des coûts et le second étant la somme actualisée des *cash flows* divisée par l'investissement initial.

2.4 Equivalent annuel d'un revenu périodique (ou rente)

La rente est une somme a telle que reçue à la fin de chaque année, composée à un taux p et cumulée jusqu'à la fin d'une période de rotation du capital, elle donne le même montant que le résultat net A en fin de rotation. Elle peut être utilisée dans l'analyse comparative de projet et donne le même classement que la valeur attendue du site.

Ainsi, pour une rotation de n années:

Année	Produit annuel de la rente	
1	a	$= a$
2	$ap + a$	$= a\ (1 + p)$
3	$ap^2 + 2ap + a$	$= a\ (1 + p)^2$
4	$ap^3 + 2ap^2 + 2ap + a$	$= a\ (1 + p)^3$
n		$= a\ (1 + p)^{n-1}$

avec:

$$A = a \left[1 + (1 + p) + (1 + p)^2 + (1 + p)^3 + \text{---} + (1 + p)^{n-1}\right]$$

Le terme entre crochets est une progression géométrique de n termes et de raison $(1 + p)$, dont la somme est:

$$\frac{(1 + p)^n - 1}{p}$$

d'où:

$$a = \frac{Ap}{(1 + p)^n - 1}$$

Si A_c est le résultat fixe, à prix constants, d'une révolution qui se répète indéfiniment identique à elle-même, la rente forestière s'écrit:

$$a_c = \frac{A_c\, p_c}{(1 + p_c)^n - 1} \qquad \text{avec } A_c = VPN_c\ (1 + p_c)^n$$

soit, d'après les relations 2 et 4:

$$a_c = SP_c$$

Si A_{v_1} est le résultat à la fin de la première révolution, calculé à prix courants:

$$a_{v_1} = \frac{A_{v_1}\, p_v}{(1 + p_v)^n - 1} = \frac{A_c\ (1 + x)^n\ p_v}{(1 + p_v)^n - 1} \qquad (5)$$

Le terme $\dfrac{A_{v_1}}{(1 + p_v)^n - 1}$ représente la somme S_1 d'une succession infinie de revenue fixes A_{v_1}, qui est différente de la somme calculée précédemment, et:

$$a_{v_1} = S_1\, p_v \neq Sp_v$$

Il n'y a pas de relation simple entre a_{v_1} et a_c. Par contre, la relation 5 montre que la rente forestière calculée à prix courants, se déduit de celle de la révolution précédente, par la relation:

$$a_{vj} = a_{v(j-1)}\ (1 + x)^n \qquad (6)$$

Les relations 5 et 6 montrent que a_{vj} peut toujours être évaluée à partir des flux monétaires à prix constants et que a_{vj} est toujours supérieure à a_c, ce qui entraîne que les classements suivant a_{vj} et a_c sont les mêmes.

3. GENERALISATION

Suite à un article de H.M. Gregersen (1) paru dernièrement sur le même sujet et à une remarque de C. Autin (2), il a paru nécessaire de compléter cette note par une généralisation; alors qu'elle ne comportait initialement que la comparaison des hypothèses de prix constants et des prix courants correspondants.

En effet, les relations entre les critères calculés à prix réels et aux prix courants correspondants sont les mêmes. Ainsi, pour les taux de rentabilité, les flux monétaires annuels à prix courants peuvent s'exprimer ainsi:

$$\sum^{j} F_{vjt} = \sum^{j} F_{ojt}\,(1 + p_{jt})^{t}\quad (1 + x)^{t}$$

$$= \sum^{j} F_{rjt}\,(1 + x)^{t}$$

$$= (1 + x)^{t}\ \sum^{j} F_{rjt}$$

t	compteur d'années
F_{vjt}	valeur algébrique au prix courant (revenu ou coût) du flux monétaire occasionné par le bien ou le service j intervenant à l'année t.
$\sum^{j} F_{vjt}$	flux monétaire de l'année t à prix courants.
F_{ojt}	flux monétaire occasionné par le bien ou le service j survenant à l'année t, estimé au prix de l'année de base (année 0 du projet).
p_{jt}	taux moyen de variation de la valeur relative du bien ou du service par rapport à celle des biens entrant dans l'indice, de l'année 0 à l'année t.
x	taux moyen de l'inflation calculé à l'aide du même indice pour la durée du projet.
F_{rjt}	flux monétaire occasionné par le bien ou le service survenant à l'année t, au prix réel de l'année t.
$\sum^{j} F_{rjt}$	flux monétaire de l'année t à prix réels.

---

(1) H.M. Gregersen. *Effect of inflation on evaluation of forestry investments*. Journal of Forestry, vol. 73, September 1975.

(2) C. Autin. Faculté des sciences sociales, Laboratoire d'économétrie, Université Laval.

Si TR_r et TR_v sont les taux de rentabilité calculés à prix réels et aux prix courants correspondant:

$$\sum_{o}^{t=n} \frac{\overset{j}{\Sigma} F_{vjt}}{(1 + TR_v)^t}$$

$$= \sum_{o}^{t=n} \frac{(1 + x)^t \overset{j}{\Sigma} F_{rjt}}{(1 + TR_v)^t}$$

$$= \sum_{o}^{t=n} \frac{\overset{j}{\Sigma} F_{rjt}}{(1 + TR_r)^t}$$

$$= o$$

D'où l'égalité:

$$\frac{1 + x}{1 + TR_v} = \frac{1}{1 + TR_r}$$

Soit:

$$TR_v = TR_r + x + xTR_r$$

Cette égalité étant la même que l'égalité 1, il est évident que les autres démonstrations dans ces hypothèses aboutissent aux mêmes conclusions que précédemment.

CONCLUSION

L'analyse visant à la prise de décision d'investir peut être effectuée à prix courants ou à prix réels. Dans le premier cas, les résultats sont directement interprétables en fonction de taux d'intérêt externes comportant une part pour l'inflation. Cependant, les calculs sont plus rapides dans la seconde hypothèse bien que les résultats doivent être interprétés en fonction des taux externes comportant une part pour l'inflation, qui se déduisent des taux utilisés dans les calculs par la relation simple liant les taux externes de rentabilité calculés à prix réels et à prix courants.

L'analyse comparative de plusieurs projets d'investissement et *a fortiori* celle de leur dominance relative en fonction de variables explicatives, devrait être effectuée à prix réels dans tous les cas puisque les calculs sont ainsi beaucoup plus rapides que dans l'analyse à prix courants qui donne les mêmes classements.